

NGUYỄN THẾ HOÀN - TRẦN VĂN NHUNG



BÀI TẬP  
**PHƯƠNG TRÌNH  
VI PHÂN**

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC



NGUYỄN THẾ HOÀN – TRẦN VĂN NHUNG

**Bài tập**  
**PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN**

Tóm tắt Lí thuyết - Bài giải mẫu - Bài tập và Hướng dẫn giải

*(Tái bản lần thứ ba)*



**NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC**

# Lời nói đầu

---

Quyển sách này được soạn ra trên cơ sở nhiều năm dạy lí thuyết và bài tập môn "Phương trình vi phân" của anh em cán bộ nhóm "Phương trình vi phân" ở khoa Toán - Cơ Trường Đại học Tự nhiên Hà Nội.

Nhằm phục vụ đối tượng rộng rãi : sinh viên các trường đại học tự nhiên, các trường đại học kĩ thuật, đại học sư phạm, các lớp học tại chức, hàm thụ... các bài tập ở trong quyển sách này được chọn ra ở những mức độ khó, dễ khác nhau và nhiều dạng khác nhau. Để các bạn sử dụng sách được dễ dàng, trong mỗi tiết của mỗi chương chúng tôi trình bày tóm tắt những khái niệm và phương pháp cơ bản nhất để giải phần lớn các bài tập trong tiết đó. Những phần lí thuyết không trình bày ở đây bạn đọc có thể xem ở các tài liệu tham khảo [6], [7], [11] hoặc [3].

Các bài tập tương đối khó được đánh thêm dấu (\*) ở trên số thứ tự. Riêng các bài tập trong chương V phần lớn là tương đối khó nên chúng tôi không đánh thêm dấu (\*).

Phần lớn các bài tập trong quyển sách này được chọn từ các cuốn sách được nêu ra ở "Tài liệu tham khảo", từ các kì thi tuyển chọn nghiên cứu sinh ở Việt Nam và các kì thi vô địch sinh viên giỏi toán toàn Liên Xô.

Trong phần đáp số, hướng dẫn và lời giải chúng tôi đã giải hầu hết các bài tập có tính chất lí thuyết và các bài tập khác đều có đáp số. Cần nói rằng một số lời giải ở đây mang tính chất gợi ý

nhiều hơn. Bạn đọc chỉ nên xem đến phần này sau một thời gian suy nghĩ mà không đi đến kết quả.

Chúng tôi chân thành cảm ơn đồng chí Hoàng Hữu Đường đã góp ý, giúp đỡ chúng tôi hoàn thành cuốn sách. Bản thân đồng chí đã nhiệt tình viết thêm phần "Phụ lục" cho cuốn sách này.

Trong khi biên soạn cuốn sách, chúng tôi đã tham khảo ý kiến của các đồng chí Vũ Tuấn, Đặng Đình Châu, Đỗ Quang Vinh. Nhân dịp này chúng tôi tỏ lòng cảm ơn các đồng chí đó.

Cuối cùng chúng tôi xin cảm ơn đồng chí Đoàn Văn Bản và các đồng chí trong Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp đã tạo điều kiện để cuốn sách có thể ra mắt bạn đọc.

Lần đầu tiên xuất bản, quyển sách này chắc không thể tránh khỏi những sai sót. Rất mong được các bạn đọc góp ý kiến.

CÁC TÁC GIẢ

# MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu

3

## Phần thứ nhất

### TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ ĐỀ BÀI TẬP

5

#### Chương I

##### PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP MỘT

5

- §1. Các khái niệm cơ bản 5
- ✧ §2. Phương trình vi phân với biến số phân li 10
- §3. Các bài toán hình học và vật lí 26
- γ §4. Phương trình thuần nhất và các phương trình đưa được về phương trình thuần nhất 32
- γ §5. Phương trình thuần nhất suy rộng 40
- ✧ §6. Phương trình tuyến tính 43
- γ §7. Phương trình đưa được về phương trình tuyến tính 52
- §8. Phương trình Riccati 56
- ✧ §9. Phương trình vi phân hoàn chỉnh. Thừa số tích phân 64
- §10. Sự tồn tại và duy nhất nghiệm 73
- §11. Phương trình cấp 1 chưa giải ra đối với đạo hàm 76
- ✧ §12. Cách tìm nghiệm kì dị 89
- §13. Bài toán quỹ đạo 95
- §14. Các bài tập thuộc loại khác nhau 98

#### Chương II

##### PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP CAO

- §1. Các khái niệm cơ bản 105
- §2. Các phương trình có thể hạ cấp được 108
- §3. Phương trình tuyến tính cấp n với hệ số hằng số 120
- §4. Phương trình tuyến tính với hệ số biến thiên 133
- §5. Bài toán biên 142
- §6. Các bài tập thuộc loại khác nhau 145

### **Chương III**

#### **HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN**

- |   |     |
|---|-----|
| §1. Một số khái niệm cơ bản                       | 151 |
| §2. Phương pháp tích phân hệ phương trình vi phân | 154 |
| §3. Hệ phương trình vi phân tuyến tính            | 160 |
| §4. Điểm kì dị                                    | 174 |
| §5. Các bài tập thuộc loại khác nhau              | 178 |
| §6. Bài toán ổn định                              | 181 |

### **Chương IV**

#### **PHƯƠNG TRÌNH ĐẠO HÀM RIÊNG CẤP I**

- |   |     |
|---|-----|
| §1. Khái niệm mở đầu                            | 190 |
| §2. Phương trình đạo hàm riêng tuyến tính cấp I | 191 |
| §3. Phương trình phi tuyến                      | 200 |
| §4. Các bài tập thuộc loại khác nhau            | 206 |

### **Chương V**

#### **CÁC BÀI TOÁN BỔ SUNG**

208

#### **Phụ lục**

- |   |     |
|---|-----|
| Phép tính toán tử và ứng dụng để giải phương trình vi phân                          | 233 |
| §1. Gốc và ảnh  | 233 |
| §2. Các tính chất cơ bản của ảnh  | 235 |
| §3. Ảnh của gốc tuần hoàn   | 237 |
| §4. Ứng dụng phép tính toán tử để giải phương trình...                              | 239 |
| §5. Định lí khai triển  | 240 |
| §6. Các ví dụ   | 242 |
| §7. Phương pháp toán tử để giải hệ phương trình vi phân tuyến tính có hệ số hằng số | 249 |
| §8. Một số định lí của phép tính toán tử  | 256 |
| §9. Tích phân Fuariê và áp dụng để biến đổi hàm                                     | 262 |

#### **Phần thứ hai**

#### **ĐÁP SỐ, HƯỚNG DẪN VÀ LỜI GIẢI**

269

#### **Tài liệu tham khảo**

369

371

*Chịu trách nhiệm xuất bản :*  
Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI  
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

*Biên tập nội dung :*  
NGUYỄN TRỌNG BÁ

*Biên tập kỹ thuật :*  
TRẦN THU HƯƠNG

*Trình bày bìa :*  
THANH TÙNG

*Sửa bản in :*  
PHÒNG SỬA BẢN IN (NXB GIÁO DỤC)

*Chế bản :*  
PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC)

---

## **BÀI TẬP PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN**

Mã số: 7K607h9 - DAI

In 1.500 bản (QĐ : 09), khổ.16 x 24 cm. In tại Xí nghiệp In ACS Việt Nam.

Địa chỉ : Km 10, Phạm Văn Đồng, Kiến Thụy, Hải Phòng.

Số ĐKKH xuất bản : 04 - 2009/CXB/414 - 2117/GD.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 2 năm 2009.